O WPŁYWIE ODKSZTAŁCENIA

na przewodnictwo elektryczne.

Napisał

AUGUST WITKOWSKI.

W KRAKOWIE,

w drukarni Uniwersytetu Jagiellońskiego,

pod zarządem Ignacego Stelcla.

1881.

Osobne odbicie z Rozpraw Wydz. matem.-przyr. Akad. Umiej., T. IX.

O wpływie odkształcenia
na przewodnictwo elektryczne.

Napisał
AUGUST WITKOWSKI.

Jeżeli przewodnik jakiéjkolwiek postaci poddamy odkształceniu, wówczas opór jego elektryczny doznaje w ogóle zmiany; po części jest to skutkiem odkształcenia powiérzchni ograniczającéj, a przeto zmiany wymiarów przewodnika, po części zaś polega na istotnéj zmianie przewodnictwa odnośnéj materyi. Na tę ostatnią okoliczność zwrócono od dawna uwagę, wszelako, o ile mi wiadomo, doświadczenia ilościowe w celu wyznaczenia tego wpływu nie były dotąd wykonane.

W piérwszéj części niniejszéj pracy wyłożę zasady ogólne prowadzące do wspomnianego celu, w drugiéj opiszę doświadczenia za pomocą których uzyskałem potrzebne dane.

1. W z o r y o g ó l n e. Jeżeli w przewodniku jednorodnym i bezosiowym istnieje prąd stały, a k jest wartością przewodnictwa dotyczącéj materyi, wówczas składowa p prądu w jakimkolwiek kierunku n wyznacza się z równania

$$p = -k \frac{\partial V}{\partial n}$$

przyczém V oznacza potencyjał elektrostatyczny. Przewodnictwo k jest ilością stałą, zależną od natury przewodnika i jego temperatury. W ciałach krystalicznych zaś, tudzież takich, które własność osiowości uzyskały przez odkształcenie, k zależy nadto od kierunku prądu.

Weźmy pod uwagę ciało odkształcone w sposób jednorodny; n_1, n_2, n_3 niech oznaczają kierunki osi odkształcenia, zaś λ_1, λ_2, λ_3 odpowiadające im wydłużenia główne; wartości przewodnictwa wzdłuż osi głównych oznaczmy przez k_1, k_2, k_3 zaś przez k przewodnictwo w stanie nieodkształconym.

Doświadczenie uczy, że zmiana przewodnictwa znika wraz z odkształceniem [1]), że zmienia wraz z niém znak, tudzież dla niezbyt wielkich odkształceń jest doń proporcyjonalną. W skutek tego możemy przyjąć następujące wyrażenia dla przewodnictw w kierunkach osi głównych:

$$k_1 = k(1 - a_1\lambda_1 - b_1\lambda_2 - c_1\lambda_3)$$
$$k_2 = k(1 - c_2\lambda_1 - a_2\lambda_2 - b_2\lambda_3)$$
$$k_3 = k(1 - b_3\lambda_1 - c_3\lambda_2 - a_3\lambda_3)$$

rozumiejąc przez a, b, c współczynniki stałe. Jeżeli ciało jest piérwotnie bezosiowém, łatwo wykazać pomiędzy témi 9ciu współczynnikami pewne związki, zniżające ich liczbę do dwóch. Jakoż stałe a wyznaczają wpływ wydłużenia w kierunku jednéj z osi głównych na przewodnictwo w tymże kierunku, stałe b i c wpływ wydłużeń w dwu pozostałych prostopadłych do piérwszego. Owoż w przypadku wspomnianym wszystkim kierunkom muszą przysługiwać te same

---

[1]) O ile odkształcenie nie przekracza granic sprężystości doskonałéj; skoro po odjęciu sił pozostaje odkształcenie stałe, wówczas także zmiana przewodnictwa nie znika zupełnie.

współczynniki a, a z téj saméj przyczyny stałe b i c muszą być sobie równe.

Równania powyższe będą tedy

$$k_1 = k \left\{ 1 - a\lambda_1 - b(\lambda_2 + \lambda_3) \right\}$$

i t. d.

albo bardziéj symetrycznie:

$$k_1 = k \left\{ 1 - (a-b)\lambda_1 - b(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \right\}$$

i t. d.

Aby pozostać w zgodzie ze znakowaniem przyjętém w teoryi sprężystości, wprowadzimy inne stałe ρ i σ w miejsce a i b, napiszemy mianowicie

$$a - b = 2\sigma$$

$$b = \rho - \frac{2}{3}\sigma.$$

Wyrażenia dla przewodnictw k_1, k_2, k_3 będą tedy następujące

$$k_1 = k \left\{ 1 - 2\sigma\lambda_1 - \left(\rho - \frac{2}{3}\sigma \right)\theta \right\}$$

(1) $$k_2 = k \left\{ 1 - 2\sigma\lambda_2 - \left(\rho - \frac{2}{3}\sigma \right)\theta \right\}$$

$$k_3 = k \left\{ 1 - 2\sigma\lambda_3 - \left(\rho - \frac{2}{3}\sigma \right)\theta \right\}$$

przyczém dla skrócenia zamiast $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ stoi θ, oznaczając rozszérzenie przestrzenne spowodowane odkształceniem.

Obliczymy teraz składowe prądu w jakimkolwiek kierunku; dla n_1 n_2 n_3 mamy z określenia

$$p_1 = -k_1 \frac{\partial V}{\partial n_1}, \; p_2 = -k_2 \frac{\partial V}{\partial n_2}, \; p_3 = -k_3 \frac{\partial V}{\partial n_3}.$$

Dla innego kierunku x, którego dostawy kierunkowe względem n_1, n_2, n_3 są α_1, α_2, α_3 będzie składowa prądu

$$u = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3$$

o czém się można przekonać obliczając ilości elektryczności, które uważany prąd stały przewodzi przez ściany czworościanu, którego trzy krawędzi są równoległe do n_1, n_2, n_3 a ściana naprzeciwległa ich narożu prostopadłą do x.

Za pomocą ostatniego równania możemy przekształcić poprzednie, sprowadzając je do dowolnego układu osi x, y, z.

Zważając bowiem, że

$$\frac{\partial V}{\partial n_1} = \alpha_1 \frac{\partial V}{\partial x} + \beta_1 \frac{\partial V}{\partial y} + \gamma_1 \frac{\partial V}{\partial z}$$

i t. d.

gdzie β_1, β_2, β_3 i γ_1, γ_2, γ_3 oznaczają dostawy kierunkowe osi y i z względem n_1, n_2, n_3 otrzymamy następujące wyrażenia na składowe prądu w kierunkach x, y, z:

$$u = -\frac{\partial V}{\partial x}\left(\alpha_1^2 k_1 + \alpha_2^2 k_2 + \alpha_3^2 k_3\right) -$$

$$-\frac{\partial V}{\partial y}\left(\alpha_1 \beta_1 k_1 + \alpha_2 \beta_2 k_2 + \alpha_3 \beta_3 k_3\right) -$$

$$-\frac{\partial V}{\partial z}\left(\alpha_1 \gamma_1 k_1 + \alpha_2 \gamma_2 k_2 + \alpha_3 \gamma_3 k_3\right)$$

i t. d.

W miejsce wydłużeń λ wprowadzimy składowe ξ, η, ζ przemieszczenia punktu (x, y, z) w kierunkach osi x, y, z; wedle znanych wzorów teoryi sprężystości mamy

$$\alpha_1^2 \lambda_1 + \alpha_2^2 \lambda_2 + \alpha_3^2 \lambda_3 = \frac{d\xi}{dx}$$

i t. d.

$$\beta_1 \gamma_1 \lambda_1 + \beta_2 \gamma_2 \lambda_2 + \beta_3 \gamma_3 \lambda_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{d\eta}{dz} + \frac{d\zeta}{dy}\right)$$

i t. d.

przeto ostatecznie

$$u=-k\frac{\partial V}{\partial x}\left\{1-2\sigma\frac{\partial\xi}{\partial x}-\left(\rho-\frac{2}{3}\sigma\right)\theta\right\}+$$
$$+k\sigma\frac{\partial V}{\partial y}\left(\frac{\partial\xi}{\partial y}+\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)+k\sigma\frac{\partial V}{\partial z}\left(\frac{\partial\xi}{\partial z}+\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)$$
$$v=-k\frac{\partial V}{\partial y}\left\{1-2\sigma\frac{\partial\eta}{\partial y}-\left(\rho-\frac{2}{3}\sigma\right)\theta\right\}+$$
(2)
$$+k\sigma\frac{\partial V}{\partial z}\left(\frac{\partial\eta}{\partial z}+\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)+k\sigma\frac{\partial V}{\partial x}\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}+\frac{\partial\xi}{\partial y}\right)$$
$$w=-k\frac{\partial V}{\partial z}\left\{1-2\sigma\frac{\partial\zeta}{\partial z}-\left(\rho-\frac{2}{3}\sigma\right)\theta\right\}+$$
$$+k\sigma\frac{\partial V}{\partial x}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\frac{\partial\xi}{\partial z}\right)+k\sigma\frac{\partial V}{\partial}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}+\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)$$

tudzież
$$\theta=\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{d\zeta}{dz}.$$

Za pomocą równań poprzednich dla u, v, w łatwo znaleść równanie różniczkowe częściowe, któremu V powinno czynić zadość, obliczając całkę

$$0=\int ds\, p_n$$

w około dowolnéj powiérzchni zamkniętéj, przyczém p_n oznacza składową prądu w kierunku normalnéj w elemencie powiérzchni ds.

W przypadku odkształcenia jednorodnego będzie to równanie téj saméj postaci jak te, które się spotyka w teoryjach przewodnictwa ciepła lub elektryczności w kryształach. Dalsze rozwinięcia pomijam, jako niewchodzące w zakres niniejszéj pracy.

2. Znaczenie stałych σ i ρ. Ilości te mają znaczenia proste i odpowiadają współczynnikom sprężystości postaciowéj (sztywności) i objętościowéj (współczynnikowi ściśliwości).

Jakoż weźmy pod uwagę odkształcenie, w którém

$$\xi = -ax,\ \eta = -ay,\ \zeta = -az.$$

To daje $\theta = -3a$ tudzież

$$u = -k\frac{\partial V}{\partial x}\left(1 - \theta\rho\right)$$

$$v = -k\frac{\partial V}{\partial y}\left(1 - \theta\rho\right)$$

$$w = -k\frac{\partial V}{\partial z}\left(1 - \theta\rho\right)$$

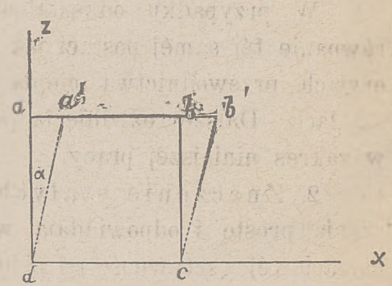
Z równań tych łatwo wyczytać znaczenie stałéj ρ. Wyobraźmy sobie ciało stałe jednorodne i bezosiowe, ściśnięte zewsząd w ten sposób, aby objętość jego, bez zmiany postaci, pomniejszyła się w stosunku

$$\frac{1}{1-\theta},$$

wówczas przewodnictwo elektryczne, którego wartość była piérwotnie k, zamieni się na $k(1+\rho\theta)$. Ciało pozostaje przytém bezosiowém.

Znaczenie stałéj σ wynika z następujących uwag. Jeżeli na górną płaszczyznę sześcianu (fig. 1), którego dolna płaszczyzna jest nieruchomą, działają siły w kierunku stycznym, równoległe do jednéj pary krawędzi, wówczas płaszczyzna górna przesuwa się równolegle do siebie o pewien odstęp aa', jak założymy bardzo mały.

Fig. 1.



Kąty proste ścian równoległych do płaszczyzny xz zmienią się o ilość α (w łukowéj mierze), którą nazwiemy skręceniem. Objętość sześcianu pozostaje przytém (pominąwszy nieskończenie małe różnice) niezmienioną. Biorąc oś ox równolegle do kierunku przesunięcia mamy w tym razie

$$\xi = \alpha z \quad \eta = 0 \quad \zeta = 0$$

w skutek tego

$$0 = 0$$

tudzież:

$$u = -k\frac{\partial V}{dx} + k\sigma\alpha\frac{\partial V}{\partial z}, \quad v = -k\frac{\partial V}{\partial y}.$$

$$w = -k\frac{\partial V}{\partial z} + k\sigma\alpha\frac{d V}{\partial x}.$$

Przewodnictwo w kierunku osi y pozostaje niezmienione, w kierunkach wydłużeń głównych ac i bd wynosi ono

$$k(1+\sigma\alpha)$$

i

$$k(1-\sigma\alpha).$$

W przypadku szczególnym, jeżeli V zależy tylko od z będzie:

(3) $$u = k\sigma\alpha\frac{\partial V}{\partial z}, \quad v = 0, \quad w = -k\frac{\partial V}{\partial z}.$$

3. **Powiększenie oporu w drucie przez napięcie.** Jeżeli długość drutu prostego L, jest znaczna w porównaniu z grubością, wówczas odkształcenie wywołane przez napięcie można uważać za jednorodne. Oznaczmy przez λ wydłużenie drutu, t. j. stosunek przyrostu długości do długości, przez μ stosunek zwężenia poprzecznego do wydłużenia, przyczém jak wiadomo

(4) $$\mu = \frac{c - \frac{2}{3}r}{2c + \frac{2}{3}r}$$

gdzie c jest współczynnikiem sprężystości objętościowéj, r zaś postaciowéj.

Jeżeli przewodnictwo drutu jest piérwotnie k_0, a Ω oznacza przekrój, wówczas opór przed wydłużeniem będzie

$$R_0 = \frac{L}{k_0\,\Omega}.$$

Przez wydłużenie drut odkształca się w ten sposób, że je-

dna z osi głównych przypada w kierunku długości; zważywszy, że

$$\theta=\lambda(1-2\mu)$$

otrzymamy z równań (*1*)

$$k=k_0\left\{1-2\sigma\lambda-\lambda(\rho-\frac{2}{3}\sigma)(1-2\mu)\right\}$$

czyli

$$k=k_0\left\{1-\lambda\left[\rho(1-2\mu)+\frac{4\sigma}{3}(1+\mu)\right]\right\}$$

jako wartość przewodnictwa drutu po wydłużeniu; równocześnie zmieniają się długość i przekrój na $L(1+\lambda)$ i $\Omega(1-2\mu\lambda)$ przeto opór będzie

$$R=\frac{L(1+\lambda)}{k_0\,\Omega(1-2\mu\lambda)\left\{1-\lambda\left[\rho(1-2\mu)+\frac{4\sigma}{3}(1+\mu)\right]\right\}}$$

Rozwijając to wyrażenie i ograniczając się przytém na wyrazach zawiérających λ w stopniu piérwszym, znajdziemy

(*5*) $$R=R_0(1+s\lambda)$$

przyczém

$$s=1+2\mu+\rho(1-2\mu)+\frac{4\sigma}{3}(1+\mu).$$

4. Prądy w rurce metalowéj skręconéj. Wyobraźmy sobie rurkę metalową o długości L, średnim promieniu ρ i grubości ściany nieskończenie małéj $d\rho$; w liniach równoległych do osi niech płynie prąd elektryczny o natężeniu c (na jednostkę powiérzchni przekroju). Skoro skręcimy jeden koniec rurki względem drugiego o kąt φ, nadając tym sposobem materyi rurki skręcenie wszędzie jednakowe i równe

$$\alpha=\frac{\varphi\rho}{L}$$

wówczas, wedle ust. 2., przewodnictwo w kierunku prostopadłym do ściany się nie zmieni, w kierunkach zaś zawié-

rających kąty 45° po obu stronach któréjkolwiek krawędzi, a równoległych do odpowiedniéj płaszczyzny stycznéj, będzie

$$k(1+\alpha\sigma)$$

względnie

$$k(1-\alpha\sigma);$$

a mianowicie uzyska piérwszą wartość w kierunku największego ściśnienia, drugą w kierunku największego wydłużenia materyi. W skutek tego linije prądu przybiorą postać linij śrubowych, o zawoju przeciwnym kierunkowi skręcenia rurki. Jeżeli składowa prądu wzdłuż linij równoległych do osi jest c, wówczas składowa prądu okrążającego rurkę w kierunku przeciwnym skręceniu będzie wedle równań (3)

$$c\sigma\alpha$$

czyli

$$(6) \qquad \frac{c\sigma\varphi\rho}{L}.$$

Opór rurki, uważanéj jako całość, nie zmieni się przytém, gdyż prąd przechodzi wprawdzie wzdłuż włókien dłuższych, jednak i przewodnictwo wzdłuż tych włókien w tym samym stosunku jest większe w porównaniu z piérwotném.

5. **Pomiar współczynnika** σ. Zjawisko opisane w poprzednim ustępie odkrył Sir. W. Thomson i zastósował do urządzenia przyrządu, za pomocą którego pomiar stałéj, którą wyżéj oznaczyliśmy przez σ, uskutecznić można. Jakoż istnienie prądu okrążającego rurkę objawia się na zewnątrz przez siły magnetyczne: w istocie mamy tu bowiem prąd prostolinijny, a na nim solenoid [1]) o natężeniu $c\sigma\alpha$.

Sposób Thomsona polega na mierzeniu rzeczonych sił magnetycznych; prąd okrążający rurkę o promieniu ρ a grubości $d\rho$ a przewodzący w jednostce czasu i na jednostkę długości rurki

---

[1]) *Transact. Roy. Soc. 1879.* W. Thomson. *On electro dynamic qualities of metals.*

$$\frac{c\sigma\varphi\rho}{L}\,d\rho$$

elektryczności, wywiéra w punkcie leżącym na osi w środku rurki siłę magnetyczną:

$$\frac{2\pi c\sigma\varphi\rho\,d\rho}{\sqrt{\rho^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}}$$

(w przybliżeniu $\frac{4\pi c\sigma\rho\varphi\,d\rho}{L}$ jeżeli długość jest dostatecznie wielka względem średnicy). Skoro zawiesimy tam małą igłę magnesową wówczas siła rzeczona odchyla ją z kierunku południka.

Przewodząc jednak ten sam prąd, który przechodzi przez rurkę, przez drut kolisty umieszczony zewnątrz rurki w odpowiedniéj odległości od magnesu, można odchylenie to przywieść do zera. Będzie to miało miejsce wówczas, skoro siły magnetyczne koła i rurki w miejscu igły magnetycznéj są równe i przeciwnego kierunku.

Ze znanych wymiarów koła, tudzież jego odległości od magnesu można tę siłę łatwo obliczyć, a przeto i stałą σ wyznaczyć. Przyrządem tym wykonałem w laboratoryjum Sir. W. Thomsona szereg pomiarów, celem wyznaczenia współczynnika σ dla mosiądzu. Opis przyrządu, tudzież szczegóły doświadczeń znajdują się w sprawozdaniu *Roy Soc. Edinb. 1881.*

Dla mosiądzu znalazłem:

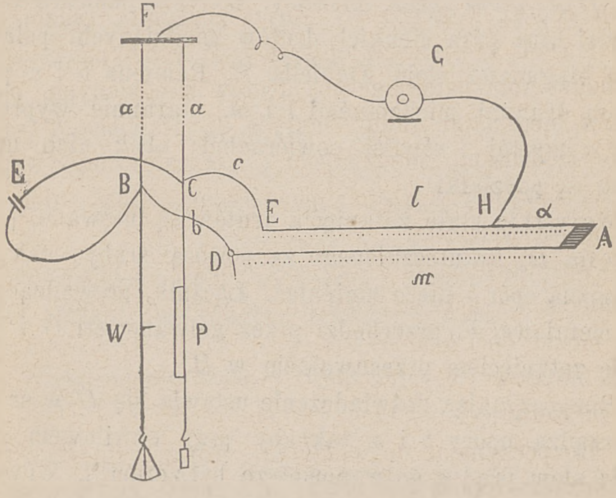
$$\sigma=0{,}158.$$

6. P o m i a r w s p ó ł c z y n n i k a *s*. Wynik powyższy zachęcił mię do wyznaczenia także drugiéj stałéj zasadniczéj ρ dla mosiądzu. Wszechstronna znajomość zjawisk, dotyczących zmiany oporu przewodników, a zwłaszcza metali i węgla, jest bardzo pożądaną w obec licznych, w ostatnich czasach dokonanych, zastósowań w dziedzinie praktyki elektrycznéj; w dalszym ciągu będę miał sposobność zwrócić uwagę na ważność ich dla teoryi.

Mosiądz nie zbyt dobrze się nadaje do ścisłych pomiarów ilościowych, z powodu zmiennego składu i odmiennych własności fizycznych, jakie posiadają różne okazy tego metalu. Jednakowoż w téj piérwszéj próbie wyznaczeń tego rodzaju, chodziło mi raczéj o względną wielkość i rodzaj zjawisk niżeli o ścisłe pomiary, któreby oczywiście na chemicznie czystych i fizycznie jednakowych okazach wykonać należało.

Korzystając z wzoru, który podałem dla obliczenia zmiany oporu w drucie napiętym, można stałą ρ uzyskać w podobny sposób jak się współczynniki sztywności i ściśliwości wyznacza dla ciał stałych sprężystych, mianowicie przez zestawienie doświadczeń nad skręceniem i napięciem podłużném; w obu razach bowiem wyznaczenie bezpośrednie współczynników dla ściśliwości byłoby niezmiernie trudne.

Fig .2.



Pomiar współczynnika *s* wykonałem w następujący posób. U powały laboratoryjum zawieszone są dwa druty mosiężne *a* (fig. 2), wyjęte z tego samego zwoju, przeto pod każdym względem jednakowe. Górne końce przyluto-

wane są do poprzecznéj belki metalowéj, dolne obciążone jednakowo ciężarkiem, wystarczającym do wyprostowania drutu, względnie miseczką przeznaczoną do umieszczenia ciężarów. Do jednego z nich przytwierdzoną jest podziałka *P*, do drugiego wskazówka *W*; przez lunetę katetometru, ustawionego z daleka, odczytuje się wydłużenia na podziałce. Urządzenie to, wielokrotnie stósowane w nowszych doświadczeniach nad wydłużalnością drutów, usuwa błąd mogący wyniknąć z poddania się belek, na których druty są zawieszone.

Druty *a* stanowią zarazem dwa ramiona wagi elektrycznéj (mostku Wheatstona), za pomocą któréj wyznacza się stosunek ich oporów, gdy jeden z nich jest obciążony. Drugą parę ramion stanowią giętkie druty *b* i *c* z nowego srébra, przylutowane starannie do piérwszych w punktach *B* i *C*, leżących w jednym poziomie, tudzież druty *E A* i *D A*, które zaraz opiszemy. Z tychże punktów *B* i *C* wychodzi inna para cienkich drutów miedzianych, połączonych z biegunami słoju Daniella *E*. Ramiona *b* i *c* połączone są drutami miedzianémi *l* i *m*, starannie wyprostowanémi, o czystéj i równéj powiérzchni; obok nich umieszczone są podziałki.

Wszystkie stałe zetknięcia drutów są lutowane, prócz zetknięcia *D*, uskutecznionego za pomocą śruby, tak aby było można opór *b* nieco zmiéniać. Łącznik, prowadzący od belki metalowéj *F*, przechodzi przez galwanometr *G* i kończy się zetknięciem przesuwalném w *H*.

Rozpoczynając doświadczenie ustawia się *H* w środku *A* i urządza opory *b* i *m* tak aby przy chwilowém zamknięciu słoju prąd w galwanometrze był zerem [1]). Wówczas

$$b + m = c + l$$

---

[1]) Za pomocą stósownego klucza zamyka się najprzód słój, a w chwilę potém galwanometr, a to celem uniknięcia wpływów prądów indukcyjnych.

gdyż opory drutów a były z dostateczną ścisłością jednakowe. Obciążając miseczkę, zmieniamy opór odnośnego drutu a na $a(1+s\lambda)$. Celem przywrócenia równowagi zetknięcie H przesuwa się o α wzdłuż drutu l, wówczas

$$\frac{1+s\lambda}{b+m+\alpha}=\frac{1}{c+l-\alpha},$$ czyli z uwagi

na poprzednie równanie:

$$s=\frac{2\alpha}{\lambda(c+l-\alpha}$$

aby obliczyć s potrzeba tedy znać prócz λ stósunki oporów $\frac{\alpha}{l}$ i $\frac{c}{l}$.

Piérwszy wynika z porównania długości odcinka α z długością całego drutu l; drugi otrzymuje się za pomocą oddzielnego doświadczenia. Dokładne wyznaczenie tego ostatniego stósunku stanowi podstawę pomiaru i z téj przyczyny było wykonane z wszelką możebną starannością. Do porównania służył zwój normalny o oporze 100 omad, z fabryki Elliot Brs. w Londynie i w téjże fabryce wykonany układ „oporów odwrotnych“ czyli przewodnictw *(conductivity box)* W. Thomsona, dający możność utworzenia dowolnego oporu z dokładnością sięgającą najdrobniejszych ułamków. To się uskutecznia łącząc „obok siebie“ odpowiednią liczbę oporów większych, a więc dających się łatwiéj wykonać ze znaczną dokładnością niż zbyt małe.

Wartość stósunku $\frac{c}{l}$ była

$$431.8.$$

W następującéj tablicy podane są opory α w centymetrach długości, przyczém długości drutu l wynosiła 198 ctm.

Obciążenie dodatkowe gr.	α cent.	Odpowiednie wydłużenie całkowite cm.	s	Obciążenie zrywające drut gr.
453	22	0.130	2.190	9525
907	44	0.275	2.109	
1361	66	0.425	2.110	
1814	88	0.555	2.110	
2268	112	0.705	2.149	
2722	133	0.830	2.126	
3175	157	0.985	2.152	
3629	181	1.155	2.171	

Współczynnik s wzrasta nieco wraz z wydłużeniem, średnio jest $s = 2{,}13$.

7. Wyznaczenie zwężenia poprzecznego. Ilości tablicy poprzedniéj zawiérają niektóre dane potrzebne do obliczenia współczynnika wydłużalności. Długość drutu od miejsca zawieszenia aż do wskazówki wynosiła 576.5 c. Średnicę otrzymano za pomocą ważenia 6ciu metrów drutu w powietrzu i we wodzie; objętość była 1.0985 c^3, masa 9,3272 gr., przeto

średnica drutu	0,04828 c.	
przekrój	0,001831 c^2.	
gęstość mosiądzu	8,491.	

Ztąd się oblicza współczynnik wydłużalności

$$e = 1017{,}3 \times 10^6 \frac{Gr}{c^2}\ ^{1)} .$$

Przyjmując przyśpieszenie ciężkości $g = 981.4$ mamy

$$e = 99.838 \times 10^{10}\ (c.\,g.\,s.).$$

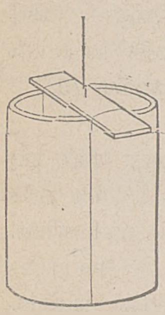
Współczynnik sprężystości postaciowéj r, wyznaczyłem zwy-

---

[1]) Dogodnie jest w piśmie oznaczać przez Gr. siłę, mianowicie ciężar 1 grama, przez gr. masę.

czajnym sposobem, za pomocą pomiaru czasu wahania ciała o znanym momencie bezwładności, zawieszonego na badanym drucie. Używałem do tego wibratora pomysłu Joulea, który dla swéj prostoty i łatwości w użyciu zasługuje w wysokim stopniu na uwagę.

Fig. 3.



Jest to kawałek rury metalowéj (fig. 3), odciętéj gładko dwoma cięciami prostopadłemi do osi; ciężar, tudzież długość i szérokość dobiéra się stósownie do wymiarów i wytrzymałości drutu. Do téj części wibratora przywiązuje się nitką pasek metalowy płaski i wązki z małym, w środku wywierconym otworkiem, w który się dolny koniec drutu wlutowuje. Moment bezwładności tego układu oblicza się łatwo z wymiarów i wagi; przytém widać od razu, że niejednorodność masy przy starannym wyrobie będzie bardzo mała, a wpływ jéj, dzięki dobrze obmyślanéj postaci wibratora, nieznaczny.

W moich doświadczeniach wynosił moment bezwładności wibratora:

$$I=36550\ gr.\ c^2$$

długość drutu L była 568.7 c, średnica $2R$ podana poprzednio. Czas wahania [1]) T wyznaczono na

$$32.787\ s.$$

Ze wzoru

$$r=\frac{2LI\pi}{T^2R^4}$$

oblicza się tedy:

$$r=35{,}776\times10^{10}\ (c.g.s).$$

Korzystając z tych wartości dla e i r, znajdziemy łatwo stósunek zwężenia poprzecznego do wydłużenia; wedle znanych wzorów teoryi sprężystości mamy bowiem

[1]) Połowa okresu.

$$\mu = \frac{e - 2r}{2r}$$

a przeto

$$\mu = 0{,}3953.$$

8. Obliczenie współczynnika ρ. Posiadamy teraz wszystkie dane, potrzebne do obliczenia drugiéj stałéj zasadniczéj dla mosiądzu. Biorąc $s = 2{,}13$ tudzież za σ i μ wartości wyżéj podane, obliczamy za pomocą wzoru *(5)*

$$\rho = 0{,}217$$

ρ jest dodatne, t. zn. mosiądz zewsząd ściśnięty staje się lepszym przewodnikiem elektryczności. Jest to bardzo prawdopodobném, że wszystkie metale podobnie się zachowują. Z doświadczeń nad zależnością oporu metali od temperatury wiadomo że opór rośnie, czyli przewodnictwo maleje, gdy temperatura się podwyższa. Obie przyczyny, to jest ciepło i odkształcenie, wywołują tedy zmianę tego samego znaku. Wszakże ilościowo różnią się ogromnie. Z liczb Mathiessena obliczyłem w przybliżeniu, że rozszérzenie przestrzenne, wywołane podwyższeniem temperatury, 100—200 razy tyle wpływa na powiększenie oporu właściwego, niż rozszérzenie wywołane siłami zewnętrznemi a téj saméj wielkości. Z tego wynika, że przewodnictwo elektryczne materyi jest funkcyją wyraźną gęstości i temperatury nie zaś temperatury saméj a gęstości o tyle, o ile ona zależy od temperatury. To znaczy, jeżeli metal zamkniemy w naczyniu niedozwalającém mu się rozszérzać, wówczas podwyższenie temperatury sprawi pogorszenie przewodnictwa niezmieniając gęstości; z drugiéj strony zmiana gęstości przy stałéj temperaturze sprawia podobny skutek.

Clausius zauważył, jak wiadomo, że opory elektryczne metali są w przybliżeniu proporcyjonalne do temperatury liczonéj na podziałce dynamicznéj; zajmującém byłoby znaleść o ile to prawo przybliżone zbliży się do ścisłości lub od niéj oddali, gdy się wpływ gęstości oddzieli

i jedynie wpływ temperatury weźmie pod uwagę. Na razie porównanie takie byłoby przedwczesne z braku dostatecznéj liczby danych doświadczalnych.

Węgiel zachowuje się pod wpływem temperatury przeciwnie jak metale; zmiany oporu tego ciała pod wpływem odkształcenia były wielokrotnie stósowane przez Hughisa i Edisona, wszakże nie wiadomo mi, czy zwrócono uwagę na to, w jakim kierunku zmiany te się odbywają.

W Glazgowie, 26 Marca 1881.